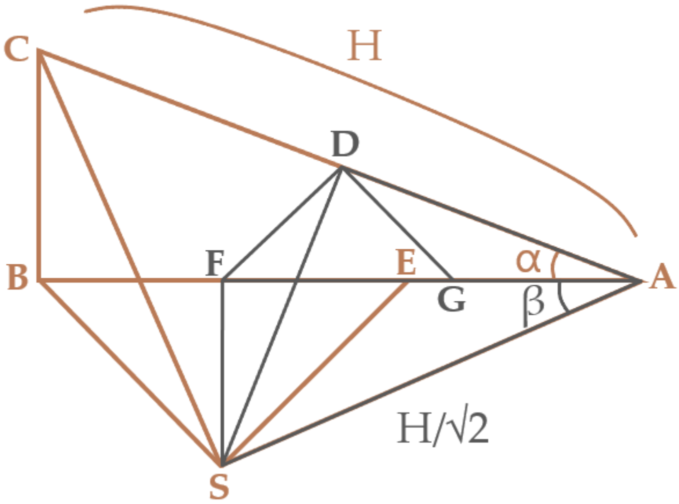
2 nouvelles formules de trigonométrie en π/4

Soit une première grande figure de corde de couleur marron d'angle α dessinée côté adjacent BA à l'horizontale. On place les points F milieu de BE et D milieu de CA (l'hypoténuse H) et on trace une deuxième figure de corde en gris plus petite d'angle β incrustée dans la première et avec donc des longueurs correspondantes entre les deux figures.



Petite figure : FS = GA

Grande figure : FS = FE

Calcul de FG : FG = FA – GA = FA – FE = EA = CB (le « corde √2 » de la petite figure FG est égal au côté opposé CB dans la grande figure)

Formule de la corde dans la petite figure :

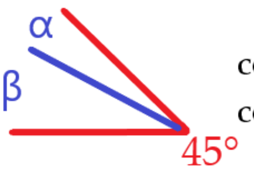
$$\cos \beta - \sin \beta = FG / SA = CB / (H / \sqrt{2}) = \sqrt{2}\, CB / H = \sqrt{2} \sin \alpha$$

Et comme il est possible de tracer la figure marron dans une figure encore plus grande de la même façon que la grise a été tracée dans la marron, l'écriture est réversible : $\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \sin \beta$

En ayant remarqué que $\alpha + \beta = 45°$ ou $\pi/4$ radians, ce qui fait 2 nouvelles formules de trigonométrie en $\pi/4$:

$$\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \sin (\pi/4 - \alpha)$$
$$\cos (\pi/4 - \alpha) - \sin (\pi/4 - \alpha) = \sqrt{2} \sin \alpha$$

Schématisé :



$\alpha + \beta = 45°$

$\cos \beta - \sin \beta = \sqrt{2} \sin \alpha$

$\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \sin \beta$

Enregistré à la PI le 16/03/2023

Simon Rivera