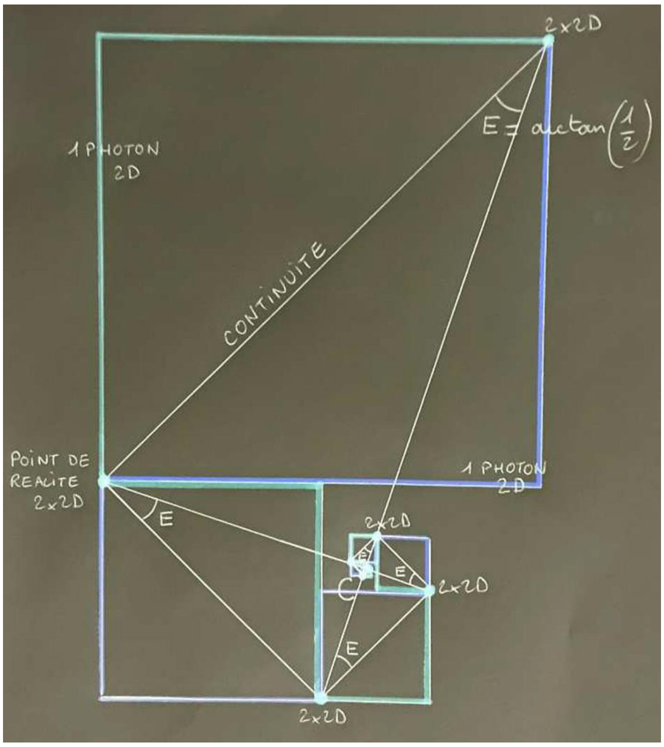
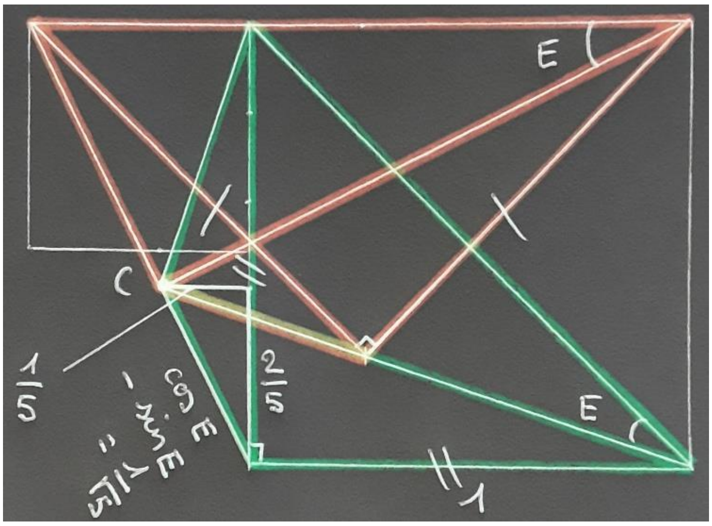
cos A – sin A = L racine de 2 / H

Accès site internet EFD

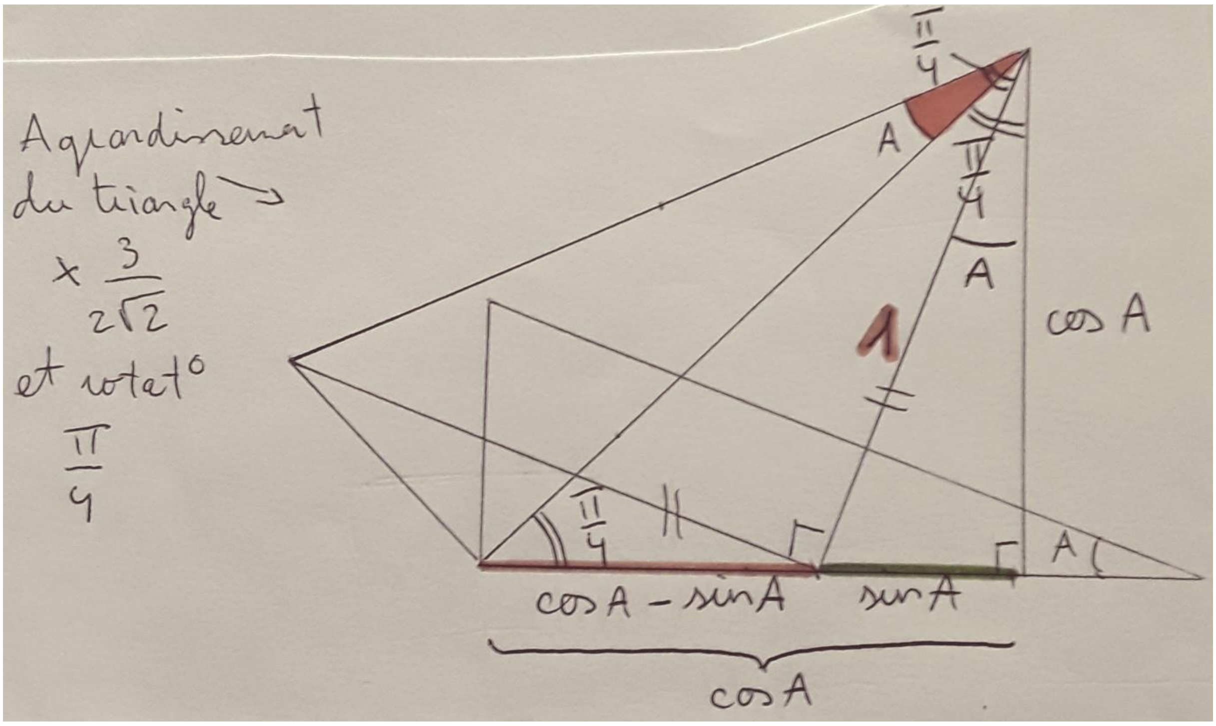
L'étude s'effectue à partir d'une figure intéressante décrivant, dans l'expérience Lumière et Ombre, l'évolution de deux photons 2D de lumière en 2x2D aplatie.



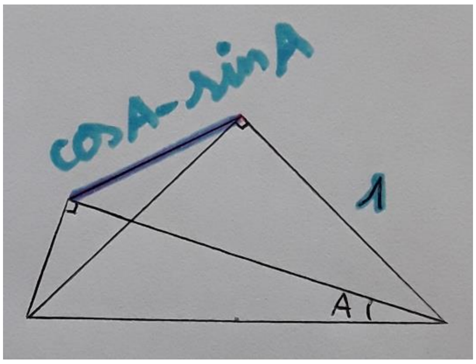


Sur la figure de droite, la longueur de l'hypoténuse du petit triangle = cos E – sin E = 1 / racine de 5, avec E = arctan (1 / 2) et en prenant pour échelle 1 en bas du carré de droite. La longueur qui relie les sommets rectangles de la figure verte = cos E – sin E.

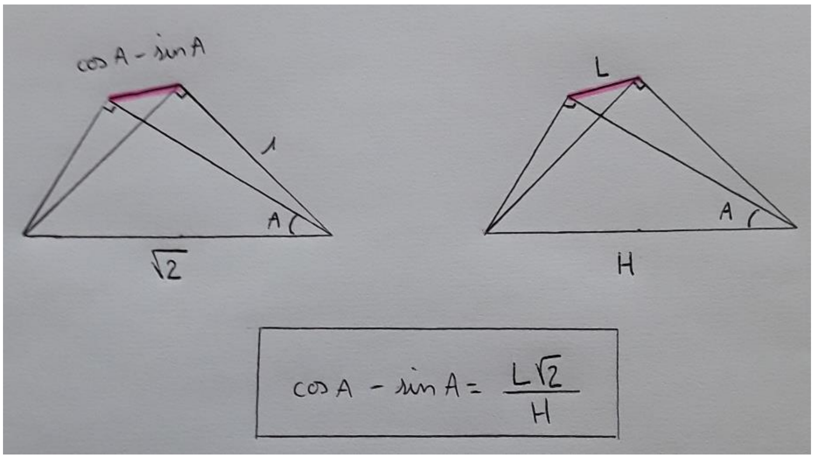
On se propose ensuite de savoir si cette longueur peut être égale à cos A – sin A pour tout angle aigu A en remarquant la transformation du triangle de E vert vers le triangle de E orange (sur le schéma précédent), et en positionnant le 1 au bon endroit (sur le prochain schéma). Par une étude angulaire et du fait du positionnement du 1, on remarque que le sommet rectangle du triangle isocèle rectangle vient toucher la base à la longueur cos A – sin A.



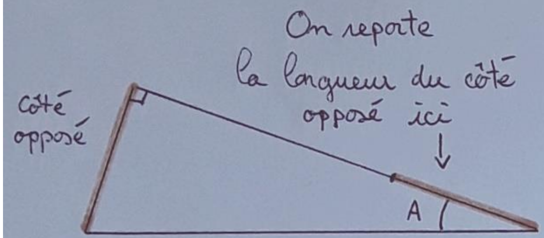
La longueur qui relie les sommets rectangles des triangles = cos A – sin A à condition que le côté du triangle isocèle prenne pour échelle 1.

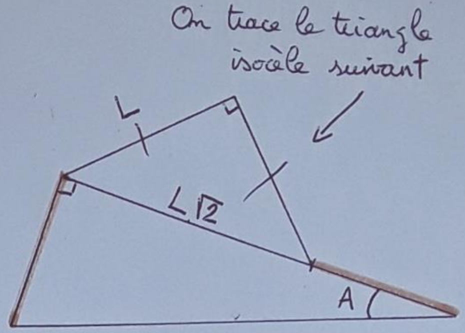


Mise à l'échelle pour tous les triangles rectangles.

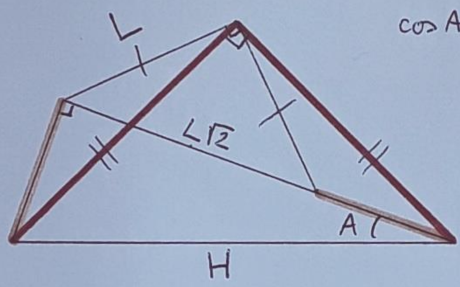


On obtient « cos A – sin A = L racine de 2 / H » et on écrit la démonstration.





Et on s'aperçoit que pour tout triangle rectangle, le sommet du triangle isocèle précédent est confondu au sommet du triangle isocèle qui partage l'hypoténuse H avec le triangle étudié



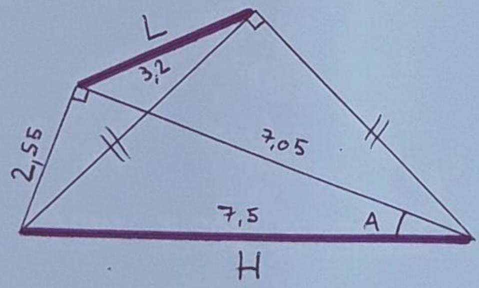
$$\cos A - \sin A = \frac{\text{côté adjacent}}{H} - \frac{\text{côté opposé}}{H}$$

$$= \frac{L\sqrt{2} + \text{côté opposé}}{H} - \frac{\text{côté opposé}}{H}$$

$$= \frac{L\sqrt{2}}{H} + \cancel{\frac{\text{côté opposé}}{H}} - \cancel{\frac{\text{côté opposé}}{H}}$$

$$= \frac{L\sqrt{2}}{H}$$

$$\boxed{\cos A - \sin A = \frac{L\sqrt{2}}{H}}$$



La valeur de cos A − sin A est obtenue sans utiliser les côtés adjacents et opposés

Vérification.

$$\frac{L\sqrt{2}}{H} = \frac{3,2 \times \sqrt{2}}{7,5} \simeq 0,603$$

$$\cos A - \sin A = \frac{7,05}{7,5} - \frac{2,55}{7,5} \simeq 0,6$$

OK.
Cette relation est-elle intéressante ?

Simon Riera